

p-ノルム

p-ノルム

$$\|\vec{x}\|_p = \left(\sum_i |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

2-ノルム (ユークリッドノルム)
↑ ユークリッド

$$\|\vec{x}\| = \left(\sum_i x_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

1-ノルム (総絶対値ノルム)

$$\|\vec{x}\|_1 = \left(\sum_i |x_i|^1 \right)^1 = \sum_i |x_i|$$

∞ -ノルム (最大値ノルム)

$$\|\vec{x}\|_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \left(\sum_i |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} = \lim_{p \rightarrow \infty} \left(|x_1|^p + |x_2|^p + |x_3|^p + \dots \right)^{\frac{1}{p}}$$

最大値 $x_m = \max(x_i)$ $x_i < x_m$

$$= |x_m| \lim_{p \rightarrow \infty} \left(\underbrace{\left| \frac{x_1}{x_m} \right|^p}_{\left(\frac{x_1}{x_m} \right) < 1 \Rightarrow 0} + \underbrace{\left| \frac{x_2}{x_m} \right|^p}_{\dots} + \dots \right)^{\frac{1}{p}}$$

$\underbrace{\left| \frac{x_m}{x_m} \right|^p}_{= 1}$

$$= |x_m| \lim_{p \rightarrow \infty} 1$$

$$= |x_m|$$